LE TAVOLE DI VERITÀ

Esercizi per i test di ammissione all'università

A	¬A
V	F
F	V

A	B	A ∧ B	A ∨ B	A → B	A ↔ B
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

INDICE

Per costruire le tavole di verità ci servono le **proposizioni** e le **operazioni tra proposizioni**.

LE PROPOSIZIONI

La proposizione è una frase per cui si può stabilire il suo **valore di verità**, in altre parole se è vera o falsa oggettivamente.
Es. Roma è la capitale d'Italia (vera V)
Es. Il Tamigi è un fiume inglese (falso F)

Quali possono non essere proposizioni?
Es. Quando erutterà il Vesuvio?

I principi delle proposizioni:
1. **principio di non contrapposizione** - una proposizione non può essere contemporaneamente vera o falsa;
2. **principio del terzo escluso** - una proposizione può essere solo vera o solo falsa, non esiste una terza possibilità.

LA TAVOLA DI VERITÀ

La tavola di verità non è altro che una tabella.
Cominciamo con lo scrivere la tabella che rappresenta le possibili combinazioni di verità tra due proposizioni A e B; in questo caso si avranno $2^2 = 4$ combinazioni.

A	**B**
V	V
V	F
F	V
F	F

Vi possono essere poi diverse correlazioni logiche (operatori) tra A e B.
Incominciamo con il primo: la negazione.

La negazione (¬) o NON

Il significato di questo operatore è che se A è vero allora ¬A deve essere falso e se A è falso allora ¬A è vero. La tavola di verità sarà solo a due righe. **¬A è da leggere non A**.

A	**¬A**
V	F
F	V

Esempio. Se **A** è la proposizione "c'è il sole", **¬A** sarà la proposizione "non c'è il sole"

La congiunzione (∧) - "e" - "AND"

Costruiamo la tavola di verità su due proposizioni A e B

A	**B**	**A ∧ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Nel caso della congiunzione abbiamo che ***A* ∧ *B (si legge A e B) è vera solo se sia A che B sono vere***; in tutti gli altri tre casi è falsa.
Esempio 1:
A gli studenti studiano inglese; **B** gli studenti studiano francese
A ∧ ***B*** gli studenti studiano inglese e francese
Esempio 2:
A Marco ha un cane; **B** Marco ha un gatto
A ∧ ***B*** Marco ha un cane e un gatto.

La disgiunzione (∨) - “o” - “OR”

In questo caso **A** ∨ **B** ***(si legge A o B) è vera se e solo se almeno una delle proposizioni A e B è vera***.

A	**B**	**A ∨ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Esempio:
A gli studenti giocano a calcetto; **B** gli studenti giocano a pallavolo
A ∨ **B** gli studenti giocano a calcetto oppure a pallavolo.
Ma si può anche leggere in un altro modo:
gli studenti giocano sia a calcetto che a pallavolo.

PROPOSIZIONI LOGICAMENTE EQUIVALENTI, LEGGI DI DE MORGAN E PROPRIETÀ DEI CONNETTIVI

Prima di continuare ad esaminare gli altri connettivi logici (l’implicazione semplice e l’implicazione doppia) vale la pena riflettere su alcuni concetti deducibili da quanto fin qui esposto.
Due proposizioni si dicono logicamente equivalenti quando hanno la stessa colonna delle tavole di verità.

Le relazioni di equivalenza tra gli operatori di congiunzione e disgiunzione sono regolate dalle **leggi di De Morgan.**
Le leggi di De Morgan permettono il passaggio da una congiunzione tra proposizioni ad una disgiunzione e viceversa.
Leggi di De Morgan

$$\neg(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) = \neg\mathbf{A} \vee \neg\mathbf{B} \quad [1]$$

$$\neg(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) = \neg\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{B} \quad [2]$$

Facciamo degli esempi per capire meglio.
Partiamo da [1].
Consideriamo un numero n divisibile per sei, il che significa che il numero n è divisibile per tre e per due (congiunzione). Se il numero n non è divisibile per 6 vuol dire che non esiste più almeno una delle due

condizioni: o non è divisibile per tre oppure non è divisibile per due (disgiunzione). La negazione della congiunzione tra due proposizioni equivale alla disgiunzione fra le due negazioni.
Ragioniamo ora sulla legge [2].
La negazione della disgiunzione tra due proposizioni equivale alla congiunzione fra le due negazioni. Riprendiamo l'esempio di disgiunzione che abbiamo visto nel relativo paragrafo.
A ∨ B gli studenti giocano a calcetto oppure a pallavolo.
Rendiamolo negativo: **¬(A ∨ B)** non è vero che gli studenti giocano a calcetto oppure a pallavolo.
La proposizione composta equivale a: gli studenti non giocano a calcetto e non giocano a pallavolo **¬A ∧ ¬B**
Le leggi di De Morgan si possono facilmente dimostrare attraverso la realizzazione delle relative tavole di verità.

Altre proprietà dei connettivi portano sempre ad equivalenze logiche.

- Proprietà di idempotenza della congiunzione **A ∧ A = A**
  Proprietà di idempotenza della disgiunzione **A ∨ A = A**
- Proprietà commutativa della congiunzione **A ∧ B = B ∧ A**
  Proprietà commutativa della disgiunzione **A ∨ B = B ∨ A**
- Proprietà associativa della congiunzione **(A ∧ B) ∧ C = A ∧ (B ∧ C)**
  Proprietà associativa della disgiunzione **(A ∨ B) ∨ C = A ∨ (B ∨ C)**
- Proprietà distributiva **A ∧ (B ∨ C) = (A ∧ B) ∨ (A ∧ C)**
  Proprietà distributiva **A ∨ (B ∧ C) = (A ∨ B) ∧ (A ∨ C)**

Tutte le proprietà dei connettivi dalle equivalenze logiche alle leggi di De Morgan fino alle varie proprietà commutative, associative, distributive e di idempotenza sono molto utili quando si devono comporre delle proposizioni complesse che legano più proposizioni attraverso diversi connettivi.
Passiamo ora agli altri connettivi.

L’implicazione (→) - “se……. allora”

L’implicazione ***A* → *B* (*si legge A implica B*** oppure in altri modi riportati più avanti***) è falsa quando A è vera e B è falsa, vera in tutti gli altri casi***.

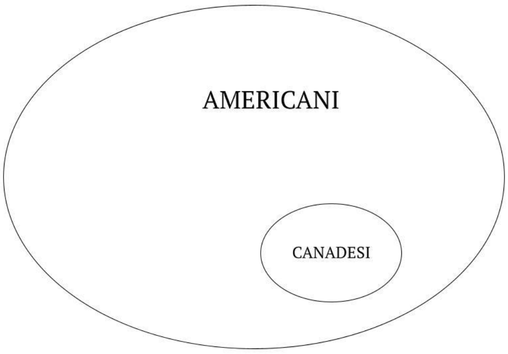
A	**B**	**A → B**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

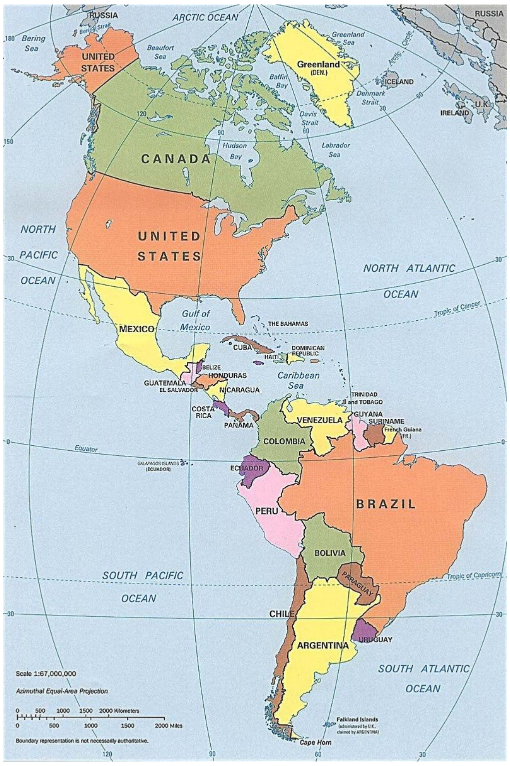
Vediamo perché con un esempio che deve essere esaminato matematicamente.
A se c’è il sole (premessa) **B** Mario fa giardinaggio (conseguenza).
A → B Se c’è il sole allora Mario fa giardinaggio.
Mario si impegna a fare giardinaggio solo se c’è il sole. Se il sole non c’è non si impegna a fare nulla.
Fatta questa premessa l’implicazione risulta falsa solo quando c’è il sole ma Mario non fa giardinaggio.

*Esistono molte maniere per leggere l’implicazione **A** → **B***.
Vediamole con un altro esempio pratico tratto dalla geografia che ci aiuta a capire meglio.

- Essere canadese **implica** essere americano.
- **Se** si è canadese **allora** si è americano.
- Dall’essere canadese **segue** essere americano.
- Essere canadese è **condizione sufficiente** per essere americano (è come dire che A è condizione sufficiente per B).
- Essere americano è condizione necessaria per essere canadese (è come dire che B è condizione necessaria per A). Non è però vero che essere canadese è condizione necessaria per essere americano perché un americano può essere non solo canadese ma anche venezuelano, messicano …

Gli insiemi ci aiutano a capire meglio.





Dall'implicazione ***A*** → ***B*** (diretta) a volte è necessario passare ad altre proposizioni.

- La sua negazione che equivale a **A** ∧ **¬B**
  Esempio: mi alleno (**A**) nel fine settimana vengo in montagna con te (**B**)
  A → ***B*** se mi alleno allora nel fine settimana vengo in montagna con te;
  A ∧ **¬B** mi alleno e nel fine settimana non vengo in montagna con te
- La sua contraria **¬*A*** → **¬*B***
  Esempio: 47 è un numero primo (**A**), 47 non è divisibile per 7 (**B**)
  A → ***B*** se 47 è un numero primo allora non è divisibile per 7;
  ¬*A* → **¬*B*** se 47 non è un numero primo allora è divisibile per 7
- La sua inversa cioè ***B*** → ***A***
  Esempio: 26 è un numero pari (**A**) 26 è un numero divisibile per 2 (**B**)
  A → ***B*** se 26 è un numero pari allora è un numero divisibile per 2
  B → ***A*** se 26 è un numero divisibile per 2 allora è un numero pari.
  Non sempre la proposizione diretta e la sua inversa sono equivalenti.
  L'esempio di seguito chiarisce meglio il concetto:
  A → ***B*** *Se Shamir è un gatto allora è un animale.*

B → ***A*** *Se Shamir è un animale allora è un gatto. Ovviamente questa proposizione è falsa*.

- La sua contronominale, **¬*B*** → **¬*A***.
  In poche parole è una proposizione che si ottiene negando la conclusione di A (**¬*B***) e arrivando alla negazione della premessa di A (**¬*A***). Ottimo esempio il quesito n.6 del test 2021 per le professioni sanitarie.
  Se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus aumenterà (**A** premessa) le scuole effettueranno lezioni a distanza e non in presenza (**B** conseguenza)
  ¬*B* → **¬*A*** se il prossimo settembre le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza allora il numero di contagi di coronavirus non aumenterà.
  La proposizione contronominale è sempre logicamente equivalente (ha le stesse tavole di verità) alla sua proposizione diretta.

N.B. Le tavole di verità in ogni caso aiutano a capire l'equivalenza tra le proposizioni.

Prova tu, ora, esempio per esempio e partendo dall'implicazione diretta a costruire la sua negazione, la sua contraria, la sua inversa e la sua contronominale.

La doppia implicazione (↔) o (⇔) - “se e solo se”

Infine ***A* ↔ *B* è vera se e solo se *A* e *B* sono entrambe vere oppure entrambe false**

A	**B**	**A ↔ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Come per l’implicazione anche per la doppia implicazione esistono molte maniere per leggerla.

Questa volta ci rivolgiamo alla matematica per un esempio adeguato.

- Un triangolo è equilatero (proposizione **A**) **se e solo se** tutti e tre i suoi angoli sono uguali (proposizione **B**).
- Per un triangolo essere equilatero **equivale** ad avere tutti gli angoli uguali.
- **Se** un triangolo è equilatero **allora** ha tutti gli angoli uguali e viceversa.
- **Condizione necessaria e sufficiente** perché un triangolo sia equilatero è che abbia tutti gli angoli congruenti.

La tavola di verità con tutti gli operatori

A	**B**	**A ∧ B**	**A ∨ B**	**A → B**	**A ↔ B**
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

ANCORA QUALCHE DEFINIZIONE: TAUTOLOGIA E CONTRADDIZIONE

Una proposizione composta è una:

- **tautologia**, quando risulta sempre vera qualunque siano i valori di verità delle proposizioni elementari che la compongono; ad esempio nel calcio si vince o si perde è una tautologia perché entrambe le proposizioni elementari "nel calcio si vince" e "nel calcio si perde" sono vere
- **contraddizione**, quando risulta sempre falsa in quanto è un rapporto di opposizione tra due affermazioni; in altre parole si identifica una proposizione con il suo contrario.

  Esempio 1: il rosso è identico al non-rosso **A = ¬A**

  Esempio 2: il triangolo è un poligono (**A**), il poligono ha 4 lati (**B**)

RAGIONAMENTO LOGICO: MODUS PONENS E MODUS TOLLENS

Un ragionamento logico consente di arrivare a una conclusione partendo da premesse che sono proposizioni logiche.
Prendiamo spunto dalla filosofia.
Socrate è un uomo (proposizione **A**)
Se Socrate è un uomo, allora Socrate è mortale (**A → B)**
Socrate è mortale (conclusione **B**)
Questo tipo di ragionamento è deduttivo; è basato sul **modus ponens**.
Data una proposizione **A** e una implicazione logica **A→B**, quando A e A→B sono vere, allora anche la proposizione conseguente **B** è vera. **Il modus ponens è il modo che afferma**.
Vediamo ora l'altra regola, il **modus tollens**.
Partiamo sempre da due proposizioni **A** e **B** e dall'implicazione **A → B**. Se la proposizione **A → B** è vera ma **B** (conseguenza) risulta falsa allora lo è anche la premessa **A. Il modus tollens è il modo che toglie.**
Rimaniamo sempre sull'esempio di Socrate. Se Socrate è un uomo allora Socrate è mortale (**A → B)**. La proposizione composta è vera. Se B però risulta falso cioè Socrate è immortale (**¬B**), ne consegue che anche **A** è falsa (**¬A**) cioè Socrate non è un uomo.

ESERCIZI

Test di ammissione a professioni sanitarie

A	B	A AND B	A OR B	NOT A
False	False	False	False	True
False	True	False	True	True
True	False	False	True	False
True	True	True	True	False

Truth table for AND, OR, and NOT

Quesito n.13 (2020/21)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tabelle di verità della disgiunzione (∨) della doppia implicazione (⇔), e della negazione non (¬) sono rispettivamente:

A	**B**	**A ∨ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	**B**	**A ⇔ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	**¬A**
V	F
F	V

Qual è la tabella di verità della proposizione
P: ((¬B ∨ A) ⇔ B) ∨ (¬A)?
Scegli la risposta giusta tra le seguenti cinque opzioni

A)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

B)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

C)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

D)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

E)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

La proposizione composta da costruire è **P: ((¬B ∨ A) ⇔ B) ∨ (¬A)**
Cominciamo con **¬B**
La tavola della negazione è solo a due righe; se B è vero ¬B è falso e viceversa.

B	**¬B**
V	F
F	V

Poi completiamo la prima parentesi **(¬B ∨ A)**
Ricordiamo che la disgiunzione gode della proprietà commutativa.
La disgiunzione ***è vera se e solo se almeno una delle proposizioni, in questo caso A e ¬B, è vera.***

A	**¬B**	**¬B ∨ A**
V	F	V
V	V	V
F	F	F
F	V	V

Passiamo poi a **((¬B ∨ A) ⇔ B)**
La doppia implicazione ***è vera se e solo se entrambe le proposizioni sono vere oppure entrambe false***

¬B ∨ A	**B**	**((¬B ∨ A) ⇔ B)**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
V	F	F

Ora costruiamo la tabella per **¬A**

A	**¬A**
V	F
F	V

Siamo in grado a questo punto di mettere insieme l'intera proposizione
((¬B ∨ A) ⇔ B) ∨ (¬A)
Anche l'ultimo passaggio è una disgiunzione e quindi ***è vera se e solo se almeno una delle proposizioni è vera.***

((¬B ∨ A) ⇔ B)	**¬A**	**((¬B ∨ A) ⇔ B) ∨ (¬A)**
V	F	V
F	F	F
F	V	V
F	V	V

Non ci resta che confrontare la colonna finale (in rosso) della tavola di verità che abbiamo costruito con la colonna P delle 5 possibili soluzioni presentate dall'esercizio.
La risposta esatta è A)

Quesito n.4 (2021/22)

Siano p, q e r tre proposizioni, quale/i fra le seguenti proprietà è/sono vera/e?

P1 $(p \land q) \land r = p \land (q \land r)$
P2 $p \lor (q \land r) = (p \lor q) \land (p \lor r) = (p \land r) \lor q)$
P3 $q \land (q \lor r) = q$

A) Tutte
B) solo P2
C) solo P3
D) solo P1
E) Nessuna

Esaminiamo ogni proposizione.
P1 è vera in quanto esprime la proprietà associativa della congiunzione che è del tutto analoga alla proprietà che si studia nelle quattro operazioni.
P2 è vera in quanto esprime la proprietà distributiva della disgiunzione; anche in questo caso richiama l'analoga proprietà delle quattro operazioni.
P3 è vera. In questo caso impostiamo le tavole di verità per dimostrarlo.

q	**r**	**$q \lor r$**	**$q \land (q \lor r)$**
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

Confrontando la prima e l'ultima colonna si può notare come siano esattamente identiche. Ed è quindi dimostrato che $q \land (q \lor r) = q$
Quindi la risposta esatta è la A.

Quesito n.6 (2021/22)

Qual è la proposizione contronominale della affermazione:
"se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus aumenterà le scuole effettueranno lezioni a distanza e non in presenza"?
A) se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus non aumenterà le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza;
B) se il prossimo settembre le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza allora il numero di contagi di coronavirus non aumenterà;
C) se il prossimo settembre le scuole effettueranno lezioni a distanza e non in presenza il numero di contagi di coronavirus aumenterà;
D) se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus non aumenterà le scuole effettueranno lezioni a distanza e non in presenza;
E) se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus aumenterà le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza.

Analizziamo la proposizione; si tratta di una implicazione $\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$

A (premessa): se il prossimo settembre il numero di contagi di coronavirus aumenterà

B (conseguenza): le scuole effettueranno lezioni a distanza e non in presenza

La sua contronominale è: $\neg\boldsymbol{B} \rightarrow \neg\boldsymbol{A}$. Quindi come già esposto a proposito dell'implicazione bisogna negare la conclusione di A ($\neg\boldsymbol{B}$) (*le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza*) arrivando alla negazione della premessa di A ($\neg\boldsymbol{A}$) (*il numero di contagi di coronavirus non aumenterà*)

Ora componiamo la proposizione:
se il prossimo settembre le scuole effettueranno lezioni in presenza e non a distanza il numero di contagi di coronavirus non aumenterà

La risposta giusta è la B

Quesito n.7 (2021/22)
Considerata la premessa: se Emma si allenerà duramente nelle prossime settimane, Alice correrà con Emma la staffetta dell'altipiano del Renon alla fine del mese di agosto.
Consideriamo le quattro opzioni:
A – Alice non ha corso con Emma la staffetta dell'altipiano del Renon quindi Emma non si è allenata duramente nelle scorse settimane
B – Alice ha corso con Emma la staffetta dell'altipiano del Renon quindi Emma si è allenata duramente nelle scorse settimane
C – Emma non si allenata duramente nelle scorse settimane quindi Alice non ha corso con Emma la staffetta dell'altipiano del Renon
D – Emma si è allenata duramente nelle scorse settimane quindi Alice ha corso con Emma la staffetta dell'altipiano del Renon.

Quale/i di queste, per la regola del modus ponens o del modus tollens, è/sono logicamente corrette?
A) solo D
B) A e D
C) A, B e D
D) solo A
E) B e C

Ricordiamo che si chiede di trovare le opzioni equivalenti alla premessa.

A - In questo caso partiamo dal modus tollens perché la proposizione B viene negata; ma se viene negata la B (conclusione) allora lo è anche la A (premessa). Effettivamente è quanto riportato. L'opzione A è quindi corretta e ciò esclude le risposte A ed E che non la considerano.

B - In questo caso si parte dalla convalida della conclusione ma il modus ponens afferma che se l'implicazione è vera e la premessa è vera si può dire che anche la conclusione lo è. Non c'è nessuna regola che parte dalla convalida della conclusione. Quindi l'opzione è errata. Se ne deduce che si può escludere la risposta C.

C - Anche questa opzione è da scartare proprio per le regole del modus ponens e del modus tollens. Quindi non è corretta neanche la risposta E (tra l'altro già esclusa per altri motivi).

D - La premessa è convalidata e quindi lo è anche la conclusione per il modus ponens. L'opzione è corretta.

Quindi la risposta esatta è la B che riporta le due opzioni corrette: A e D

ESERCIZI

Test di ammissione a Veterinaria

A	B	A AND B	A OR B	NOT A
False	False	False	False	True
False	True	False	True	True
True	False	False	True	False
True	True	True	True	False

Truth table for AND, OR, and NOT

Quesito n.21 (2018/19)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tabelle di verità della congiunzione "e" ($\wedge$), della disgiunzione "o" ($\vee$) e della negazione "non" ($\neg$) sono rispettivamente

A	**B**	**A $\wedge$ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	**B**	**A $\vee$ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	**¬A**
V	F
F	V

Sapendo che due proposizioni sono equivalenti se hanno la stessa tabella di verità quale delle seguenti proposizioni è equivalente alla disgiunzione?

A) $\neg A \wedge B$
B) $\neg(\neg A \wedge (\neg B))$
C) $\neg A \wedge (\neg B)$
D) $A \wedge (\neg B)$
E) $\neg(A \wedge B)$

Procediamo con ordine e risolviamo il quesito con la costruzione della tavola di verità di ciascuna proposizione composta, per poi confrontare la relativa colonna con quella della tavola di verità della disgiunzione.

A) **¬A $\wedge$ B**

A	**¬A**	**B**	**¬A $\wedge$ B**
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	V

- Costruiamo prima la negazione di A: **¬A**
- Poi aggiungiamo la colonna per **B**.
- Infine costruiamo la congiunzione **¬A $\wedge$ B**

F	V	F	F

- Analizziamo la situazione

Confrontiamo la colonna della disgiunzione con la colonna di **¬A ∧ B**

A	B	A ∨ B	¬A ∧ B
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	F

Le colonne non combaciano. Quindi A) non è la risposta corretta.

B) **¬(¬A ∧ (¬B))**

Date le proposizioni A e B cominciamo a costruire **¬A** e **¬B**.
Poi passiamo alla congiunzione **¬A ∧ ¬(B)**.
E infine alla sua negazione **¬(¬A ∧ (¬B))**.
Confrontiamo ora la colonna ottenuta con quella della disgiunzione.

A	B	¬A	¬B	¬A ∧ ¬(B)	¬(¬A ∧ (¬B))	A ∨ B
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	F	F

Le due colonne combaciano perfettamente. **Quindi la B) è la nostra risposta** ma per continuare ad esercitarci proviamo anche con le risposte C e D.

C) **¬A ∧ (¬B)**

Le prime quattro colonne sono assolutamente uguali a quelle del punto B)

A	B	¬A	¬B	¬A ∧ (¬B)	A ∨ B

- Costruiamo ora la proposizione composta richiesta

V	V	F	F	F	V	**¬A ∧ (¬B)** • Confrontiamola con la tavola di verità della disgiunzione • Non combaciano
V	F	F	V	F	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	F	

Abbiamo escluso anche la risposta C). Passiamo alla D)

D) **A ∧ (¬B)**

A	**B**	**¬B**	**A ∧ (¬B)**	**A ∨ B**	• In questo caso dobbiamo solo costruire non B **¬B** • Poi passare alla congiunzione richiesta **A ∧ (¬B)** • Confrontiamo ora la colonna con quella della disgiunzione
V	V	F	F	V	
V	F	V	V	V	
F	V	F	F	V	
F	F	V	F	F	

Anche la risposta D) non è corretta.

E) **¬(A ∧ B)**

Abbiamo già la tabella della proposizione all'interno della parentesi. Si tratta della congiunzione. Aggiungiamo la colonna della negazione **¬(A ∧ B)** e confrontiamo le ultime due colonne.

A	**B**	**A ∧ B**	**¬(A ∧ B)**	**A ∨ B**
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

Le colonne non combaciano. La risposta E è errata.

Se adesso rivediamo il procedimento nella risposta B) ci accorgiamo che la risposta non poteva che essere quella perché la congiunzione tra le due proposizioni negative dà come risultato il contrario di quello che ci si

aspetterebbe: F, F, F, V. Infatti la congiunzione tra A e B prevede che la risposta sia vera solo se entrambe sono vere. L’ulteriore negazione fuori dalla parentesi riporta la colonna alla disgiunzione: V, V, V, F.
Ma lasciamo questa deduzione a chi ha più pratica dell’argomento.

Quesito n.31 (2018/19)

"Se Giorgio supera l'esame di logica della prof.ssa Alice, Nicolò preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre." Se il precedente enunciato è vero, quale/i della/e seguenti affermazione/i è/sono logicamente corretta/e:
A Nicolò preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre quindi Giorgio ha superato l'esame di logica della prof.ssa Alice
B Giorgio non ha superato l'esame di logica della prof.ssa Alice quindi Nicolò non preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre
C Giorgio supera l'esame di logica della prof.ssa Alice quindi Nicolò preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre
D Nicolò non preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre quindi Giorgio non ha superato l'esame di logica della prof.ssa Alice

A) C e D
B) solo B
C) solo A
D) A e B
E) nessuno

L'enunciato di partenza mette in relazione due eventi.
Evento A: Giorgio supera l'esame di logica della prof.ssa Alice
Evento B: Niccolò preparerà con Giorgio la tesi per la prossima sessione di Novembre.
Si tratta di una implicazione. Se Giorgio … allora Niccolò … Che si può anche leggere come: il verificarsi dell'evento A è condizione sufficiente perché avvenga l'evento B. Questo ci porta a dedurre che **l'affermazione C è logicamente corretta**.
Ma la stessa condizione di sufficienza può essere vista come: se non si verifica l'evento B certamente non si è verificato l'evento A. Il che ci porta a dire che anche **l'affermazione D è logicamente corretta**.

La risposta corretta la A)

Quesito n.20 (2019/20)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tavole di verità dell'implicazione congiunzione (⇒), della doppia implicazione (⇔) e della negazione non (¬) sono rispettivamente

A	**B**	**A ⇒ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A	**B**	**A ⇔ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	**¬A**
V	F
F	V

Qual è la tavola di verità della proposizione P: (¬A ⇔ B) ⇒ A)?

Cominciamo con il costruire **¬A**; poi aggiungiamo B; costruiamo **¬A ⇔ B** e finalmente arriviamo alla proposizione composta richiesta **(¬A ⇔ B) ⇒ A)**

A	**¬A**	**B**	**¬A ⇔ B**	**(¬A ⇔ B) ⇒ A**
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	V	F	F	V

Confrontiamo quanto abbiamo ottenuto con le 5 tabelle di verità proposte nel quesito (pagina successiva).

A)

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

B)

A	B	P
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

C)

A	B	P
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

D)

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

E)

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

La risposta esatta è la A).

ESERCIZI

Test di ammissione a MEDICINA E ODONTOIATRIA

A	B	A AND B	A OR B	NOT A
False	False	False	False	True
False	True	False	True	True
True	False	False	True	False
True	True	True	True	False

Truth table for AND, OR, and NOT

Quesito n.5 (2018/19)

Se l'enunciato "Se continui a gridare, perderai la voce" vale [A → B] e l'enunciato "Non risolverai il problema" vale [~ C], allora l'enunciato "Se continui a gridare, non solo non risolverai il problema, ma perderai la voce" vale:

A) [A → [~ [~ C] ∧ B]]
B) [A → [[~ C] ∧ (~B)]]
C) [A → [[~ C] → B]]
D) [A → [[~ C] ∧ B]]
E) [A → [[~ C] ∧ [~B]]

Per trovare la risposta giusta procediamo per esclusione.
B) ed E) devono essere escluse perché ~B nega la proposizione "perderai la voce".

La risposta A) non può essere quella giusta perché praticamente la proposizione diventerebbe "risolverai il problema".

Rimangono in gioco le risposte C) e D).
Quella giusta è sicuramente la D) in quanto nella risposta C) [~ C] implica B mentre ci aspettiamo una congiunzione.

Quesito n.10 (2018/19)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tabelle di verità della congiunzione "e" ($\wedge$), della disgiunzione "o" ($\vee$) e della negazione "non" ($\neg$) sono rispettivamente:

A	**B**	**A $\wedge$ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	**B**	**A $\vee$ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	**¬A**
V	F
F	V

Qual è la tabella di verità della proposizione P: ¬(A$\wedge$B) $\vee$ A?

A)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

B)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

C)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

D)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

E)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Affrontiamo la risoluzione per gradi in quanto la proposizione che dobbiamo analizzare è complessa, cioè presenta una combinazione di operatori logici **P: ¬(A ∧ B) ∨ A**.
Quindi cominciamo con il calcolare la congiunzione **A ∧ B** (dentro la parentesi) e poi passeremo alla negazione della congiunzione. In pratica dobbiamo riprendere la prima delle tabelle fornite dall'esercizio e poi aggiungere la colonna per la negazione.
Completiamo ora la proposizione e applichiamo a quanto ottenuto la disgiunzione richiesta. Utilizziamo quanto ricordato nella seconda tabella fornita dal testo, cioè che nella disgiunzione è sufficiente che una delle proposizioni sia vera per rendere vera la disgiunzione stessa.

A	**B**	**A ∧ B**	**¬(A ∧ B)**	**¬(A ∧ B) ∨ A**
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Ora confrontiamo la colonna P delle 5 possibili risposte con la colonna **¬(A ∧ B) ∨ A** della tavola di verità appena completata.
La risposta esatta è la A)

Quesito 12 (2019/20)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tavole di verità della disgiunzione (⋁), della doppia implicazione (⇔) e della negazione (¬) sono rispettivamente:

A	**B**	**A ⋁ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	**B**	**A ⇔ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	**¬A**
V	F
F	V

Qual è la tavola di verità della proposizione **P: (A ⋁ (¬B)) ⇔ B)**?

A)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

B)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

C)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

D)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

E)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Per costruire la proposizione **P: (A ∨ (¬B)) ⇔ B)** procediamo per gradi. Cominciamo con riportare le colonne **A** e **B**. Poi definiamo la colonna **non B**. Aggiungiamo la colonna della disgiunzione **A ∨ (¬B)** ricordando che la disgiunzione è falsa solo quando entrambe le proposizioni A e in questo caso ¬B sono false. A questo punto completiamo con la doppia implicazione **A ∨ (¬B)) ⇔ B** che risulta vera solo quando entrambe le proposizioni sono vere o false. Ricordiamoci la seconda proposizione è B e non ¬B.

A	**B**	**¬B**	**A ∨ (¬B)**	**A ∨ (¬B)) ⇔ B**
V	V	F	V	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F

Confrontiamo ora l'ultima colonna della tavola di verità su cui abbiamo lavorato con la colonna P delle 5 possibili risposte riportate dal testo ministeriale.
La risposta esatta è la D)

ESERCIZI

Test di ammissione ad ARCHITETTURA

A	B	A AND B	A OR B	NOT A
False	False	False	False	True
False	True	False	True	True
True	False	False	True	False
True	True	True	True	False

Truth table for AND, OR, and NOT

Quesito n.6 (2018/19)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tabelle di verità della congiunzione “e” (∧), della disgiunzione “o” (∨) e della negazione “non” (¬) sono rispettivamente:

A	**B**	**A ∧ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	**B**	**A ∨ B**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	**¬A**
V	F
F	V

Sapendo che l’implicazione logica A⇒B è equivalente (ossia ha la stessa tabella di verità) della proposizione ¬A ∨ B, qual è la tabella di verità dell’implicazione?

A)

A	**B**	**A⇒B**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

B)

A	**B**	**A⇒B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

C)

A	**B**	**A⇒B**
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

D)

A	**B**	**A⇒B**
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

E)

A	**B**	**A⇒B**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Il quesito ci chiede di costruire la tavola di verità della proposizione
P: ¬A ∨ B
e confrontarla poi con le tavole di verità di implicazione logica proposte.

Impostiamo le due colonne A e B per le due proposizioni. Costruiamo la **non A** (**¬A**) e poi la colonna della disgiunzione **¬A ∨ B**, falsa solo quando entrambe le proposizioni sono false.

A	**B**	**¬A**	**¬A ∨ B**
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

A questo punto dobbiamo confrontare la quarta colonna (in rosso) con la colonna **A⇒B** delle 5 possibili soluzioni proposte nel quesito.
La risposta corretta è A).

Quesito n.20 (2019/20)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tavole di verità della congiunzione ($\wedge$), dell'implicazione ($\Rightarrow$) e della negazione ($\neg$) sono rispettivamente:

A	**B**	**A $\wedge$ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	**B**	**A $\Rightarrow$ B**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A	**¬A**
V	F
F	V

Qual è la tavola di verità della proposizione **P: (¬A $\Rightarrow$ B)** $\wedge$ **A**?

A)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

B)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

C)

A	**B**	**P**
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

D)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

E)

A	**B**	**P**
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Dobbiamo costruire la tavola di verità della proposizione composta
P: (¬A ⇒ B) ∧ A
Cominciamo, come al solito, con l'impostare le due colonne per le proposizioni A e B. Aggiungiamo il **non A (¬A)**. A questa colonna affianchiamo quella dell'implicazione **¬A ⇒ B**; risulterà falsa solo quando la prima proposizione (**¬A**) è vera e **B** falsa. In tutti gli altri casi è vera. Non ci resta che chiudere con la disgiunzione **(¬A ⇒ B) ∧ A**. Vera solo quando entrambe le proposizioni sono vere.

A	**B**	**¬A**	**¬A ⇒ B**	**(¬A ⇒ B) ∧ A**
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	F

Controlliamo il risultato finale (ultima colonna in rosso) con le colonne P delle 5 possibilità del quesito.
La risposta esatta è la A).

Author credits

Carta politica dell'America - Di CIA, original political map from Perry-Castañeda Library Map Collection; University of Texas Library Online - http://www.lib.utexas.edu/maps/americas/americas_pol96.jpg, Pubblico dominio, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1839902

Immagine: Truth table for AND, OR and NOT - https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Truth_table_for_AND,_OR,_and_NOT.png

Sitografia

Complementi di logica - https://moodle2.units.it/pluginfile.php/210497/mod_resource/content/1/Complementi_logica.pdf

Modus ponens e modus tollens
https://www.okpedia.it/ragionamento_logico

Leggi di De Morgan
https://www.youmath.it/formulari/formulari-insiemistica/1593-prima-e-seconda-legge-di-de-morgan.html
https://www.treccani.it/enciclopedia/de-morgan-leggi-di_%28Enciclopedia-della-Matematica%29/

Test di ammissione alle professioni sanitarie
https://www.taxitest.it/#section-prova_i_test

Test di ammissioni ad Architettura
https://www.architetti.com/test-ingresso-architettura-domande.html

Bibliografia

Le tavole di verità - Fast Quiz
di Giovanni Santonastaso
Independently published (29 luglio 2019)